第7講　三角形の性質

PART1　線分の内分・外分，角の二等分線と比

要点①　線分の内分と外分

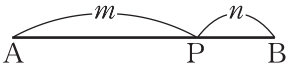
m，n を正の数とする。

線分 AB 上に点 P があり

$\mathrm{AP}:\mathrm{PB}=m:n$

が成り立つとき，点 P は線分 AB を $m:n$ に

「　　　」するという。



m，n を異なる正の数とする。

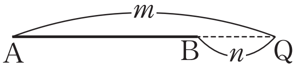
線分 AB の延長上に点 Q があり，

$\mathrm{AQ}:\mathrm{QB}=m:n$

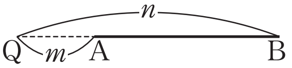
が成り立つとき，点 Q は線分 AB を $m:n$ に

「　　　」するという。

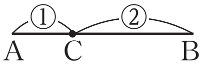
$m>n$ のとき



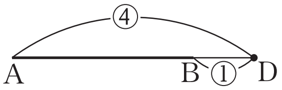
$m<n$ のとき



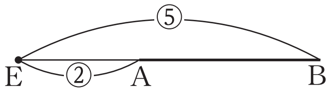
例　線分 AB を 1：2 に内分する点 C



線分 AB を 4：1 に外分する点 D

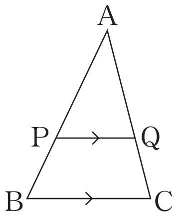


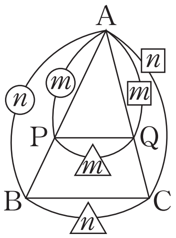
線分 AB を 2：5 に外分する点 E

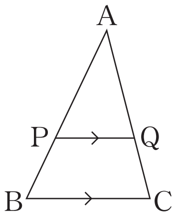


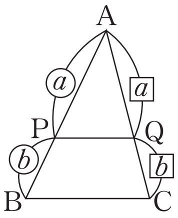
要点②　三角形の角の二等分線と比

三角形における平行線と線分の比について，次のことが成り立つ。









$\mathrm{PQ}/\!/\mathrm{BC} \iff \mathrm{AP}:\mathrm{AB}=\mathrm{AQ}:\mathrm{AC}$

$\mathrm{PQ}/\!/\mathrm{BC} \Longrightarrow \mathrm{AP}:\mathrm{AB}=\mathrm{PQ}:\mathrm{BC}$

$\mathrm{PQ}/\!/\mathrm{BC} \iff \mathrm{AP}:\mathrm{PB}=\mathrm{AQ}:\mathrm{QC}$

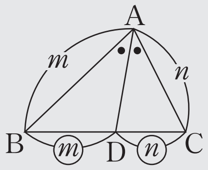
三角形の内角の二等分線に関して，次の定理が成り立つ。

三角形の内角の二等分線と比

△ABC の ∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とすると，

D は BC を AB：AC に内分する。

つまり BD：DC＝AB：AC である。



（証明）

点 C を通り直線 AD に平行な直線を引き，辺 BA の延長との交点を E とすると，AD // EC より

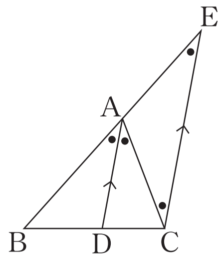
∠BAD＝∠AEC

∠DAC＝∠ACE

∠BAD＝∠DAC より ∠AEC＝∠ACE

よって，△ACE は二等辺三角形であるから，AE＝AC

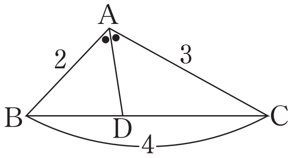
また，AD // EC より BD：DC＝BA：AE　　したがって，BD：DC＝AB：AC



例　右図の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とするとき，線分 BD の長さを求める。

BD：DC＝　　：　　＝2：3

よって BD＝4　　　＝4　　　$=\frac{8}{5}$

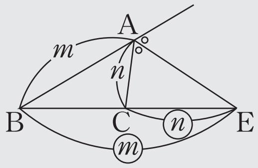


三角形の外角の二等分線に関して，次の定理が成り立つ。

三角形の外角の二等分線と比

AB≠AC である △ABC の ∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を E とすると，E は BC を AB：AC に外分する。

つまり BE：EC＝AB：AC である。



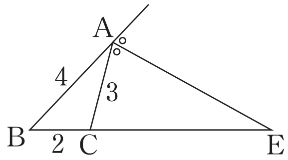
※AB＝AC のときは，外角の二等分線は辺 BC と平行になる。

例　右図の △ABC において，∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を E とするとき，線分 CE の長さを求める。

BE：EC＝　　：　　＝4：3

CE＝x とおくと　$(x+2):x=4:3$　　$3(x+2)=4x$

$x=6$　　よって CE＝6

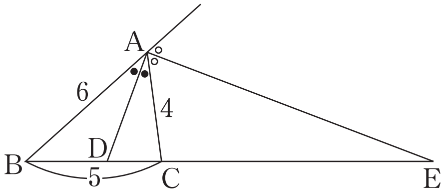


1 AB＝6，BC＝5，CA＝4 の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D，∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を E とする。

(1) 線分 BD の長さを求めよ。

(2) 線分 CE の長さを求めよ。

(3) 線分 DE の長さを求めよ。

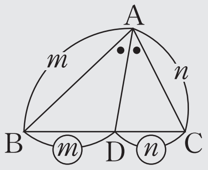


Point Pickup

三角形の角の二等分線と比

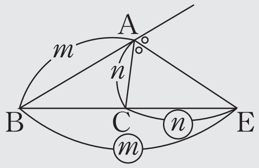
△ABC において

AD が ∠A の二等分線のとき



BD：DC＝AB：AC

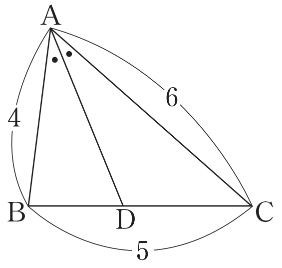
AE が ∠A の外角の二等分線のとき



BE：EC＝AB：AC

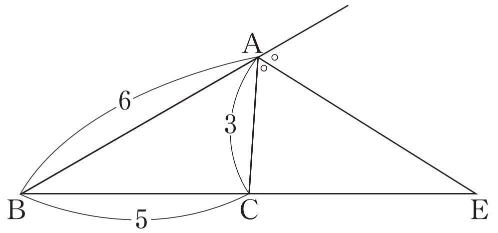
第 7 講　PART1 確認問題

1　AB = 4，BC = 5，CA = 6 の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。



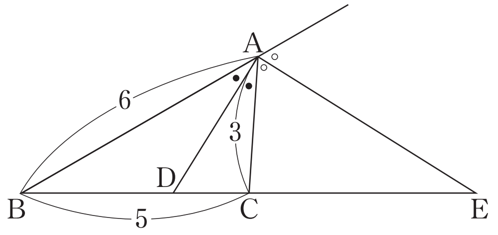
このとき，BD = [ア] である。

2　AB = 6，BC = 5，CA = 3 の △ABC において，∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を E とする。



このとき，CE = [イ] である。

3　AB = 6，BC = 5，CA = 3 の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D，∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を E とする。

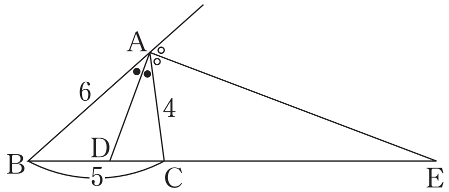


このとき，DE = $\dfrac{\boxed{ウエ}}{\boxed{オ}}$ である。

第7講　三角形の性質

PART1　線分の内分・外分，角の二等分線と比

1　AB＝6，BC＝5，CA＝4 の △ABC において，∠A の二等分線と辺 BC との交点を D，∠A の外角の二等分線と辺 BC の延長との交点を E とする。



(1)　線分 BD の長さを求めよ。

(2)　線分 CE の長さを求めよ。

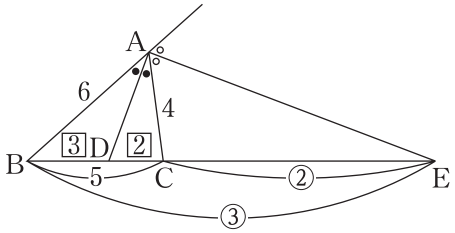
(3)　線分 DE の長さを求めよ。

[解答]

(1)　AD は ∠A の二等分線であるから

$$\mathrm{BD} : \mathrm{DC} = \mathrm{AB} : \mathrm{AC} = 6 : 4 = 3 : 2$$

よって $\mathrm{BD} = \dfrac{3}{3+2}\mathrm{BC} = \dfrac{3}{5}\mathrm{BC} = \dfrac{3}{5}\cdot 5 = 3$



(2)　AE は ∠A の外角の二等分線であるから

$$\mathrm{BE} : \mathrm{EC} = \mathrm{AB} : \mathrm{AC} = 3 : 2$$

CE＝x とおくと

$$(x+5) : x = 3 : 2 \qquad 2(x+5) = 3x \qquad x = 10$$

よって CE＝10

(3)　DC＝BC－BD＝5－3＝2

よって DE＝DC＋CE＝2＋10＝12

第 7 講　PART1 確認問題 解答

1 **[正解]** ア：2

[解説]

AD は ∠A の二等分線であるから，

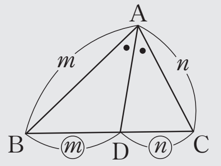
BD：DC＝AB：AC **[A]**

＝2：3

よって，

$$BD=\frac{2}{5}BC=\frac{2}{5}\times 5=\mathbf{2}$$

[A]　△ABC において，
AD が ∠A の二等分線のとき，



BD：DC＝AB：AC

2 **[正解]** イ：5

[解説]

AE は ∠A の外角の二等分線であるから，

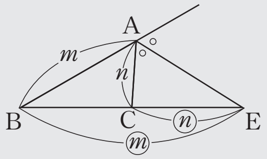
BE：EC＝AB：AC **[B]**

＝2：1

よって，BC：CE＝1：1 であるから，

CE＝**5**

[B]　△ABC において，
AE が ∠A の外角の二等分線のとき，



BE：EC＝AB：AC

3 ［正解］ウエ：20，オ：3

［解説］

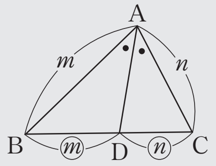
AD は ∠A の二等分線であるから，［C］

$$\mathrm{BD}:\mathrm{DC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}$$
$$=2:1$$

よって，

$$\mathrm{DC}=\frac{1}{3}\mathrm{BC}=\frac{1}{3}\times5=\frac{5}{3}$$

［C］　△ABC において，
AD が ∠A の二等分線のとき，



BD：DC＝AB：AC

AE は ∠BAC の外角の二等分線であるから，［D］

$$\mathrm{BE}:\mathrm{EC}=\mathrm{AB}:\mathrm{AC}$$
$$=2:1$$

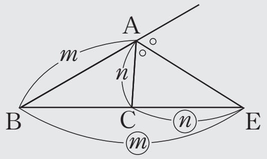
よって，BC：CE＝1：1 であるから，

$$\mathrm{CE}=5$$

以上により，

$$\mathrm{DE}=\mathrm{DC}+\mathrm{CE}=\frac{5}{3}+5$$
$$=\frac{\mathbf{20}}{\mathbf{3}}$$

［D］　△ABC において，
AE が ∠A の外角の二等分線のとき，



BE：EC＝AB：AC